

Mejoramiento de la imagen mediante el histograma y su estadística*

Andrés Córdoba, William Romero

Febrero 01 de 2005

1. Definición

Función discreta $h(r_k) = n_k$.

- $k = 0, 1, \dots, L - 1$
- r_k : es el k -ésimo nivel de gris
- n_k : número de píxeles en la imagen con nivel de gris r_k

Dividiendo por el número total de píxeles \mathbf{n} , tenemos:

$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- Normalización del histograma.
- Función de probabilidad de ocurrencia del nivel de gris r_k

*La información de este documento es condensada de *Digital image processing*, R. González , P. Wintz, 2da. edición, Addison-Wesley, 2002.

2. Ecualización del histograma

Para cualquier r que cumpla las condiciones mencionadas nos enfocamos en las transformaciones de la forma:

$$s = T(r) \text{ para } 0 \leq r \leq 1$$

La función $T(r)$ debe cumplir:

1. $T(r)$ es una función monótonamente creciente en el intervalo $0 \leq r \leq 1$
2. $0 \leq T(r) \leq 1$ para $0 \leq r \leq 1$

Transformación inversa:

$$r = T^{-1}(s)$$

para $0 \leq s \leq 1$

- Busca producir una imagen de salida que tiene un histograma uniformemente distribuido.

Función de ecualización, para niveles de gris continuos:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw$$

Discreto:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}$$

2.1. Ejemplos

En las figuras 1-4 se presentan imágenes con sus respectivos histogramas (parte Izquierda) y el resultado del proceso de ecualización (parte derecha)¹.

En la figura 5 un ejemplo de ecualización local.

¹Tenerife Opera House; Imagen tomada de <http://www.calatrava.com>

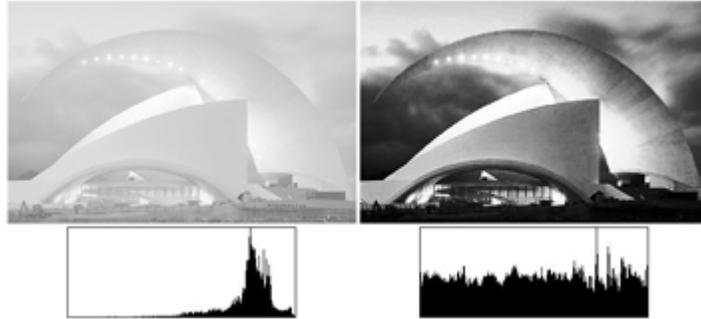


Figura 1: Alto brillo

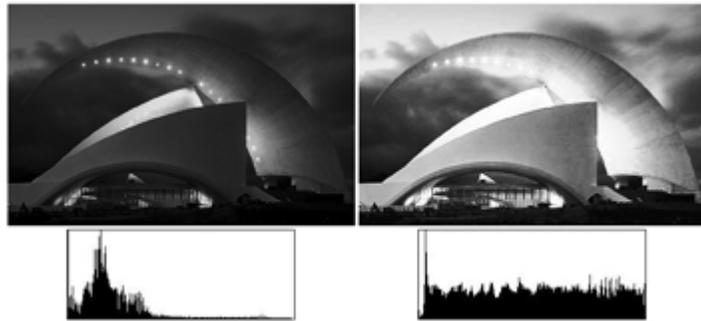


Figura 2: Bajo brillo

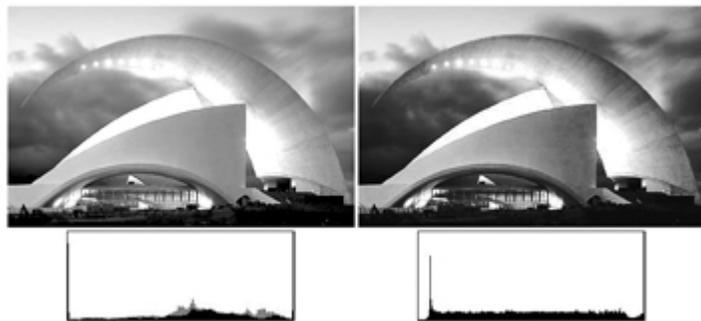


Figura 3: Alto contraste

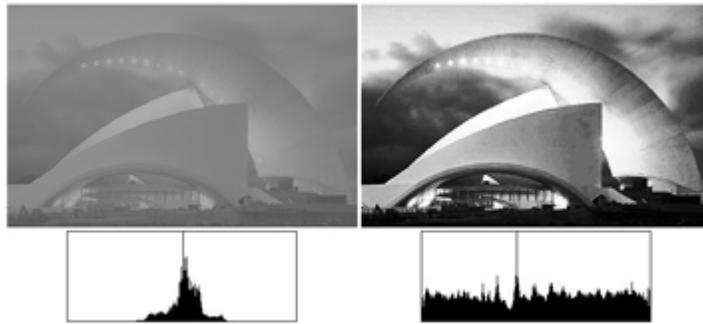


Figura 4: Bajo contraste

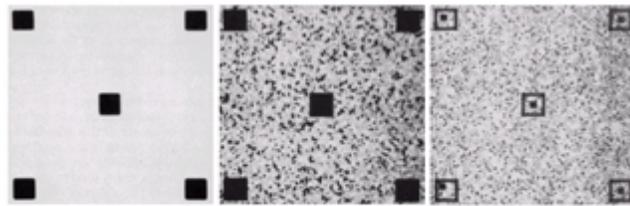


FIGURE 3.23 (a) Original image. (b) Result of global histogram equalization. (c) Result of local histogram equalization using a 7×7 neighborhood about each pixel.

Figura 5: Ecuación local

3. Mapeo del histograma

Sean r y z niveles de gris continuos. $p_r(r)$, $p_z(z)$ funciones de densidad de probabilidad (Histograma normalizado). Entonces:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw$$

$$G(z) = \int_0^z p_z(t) dt = s$$

$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)]$$

Nivel de gris correspondiente a r_k :

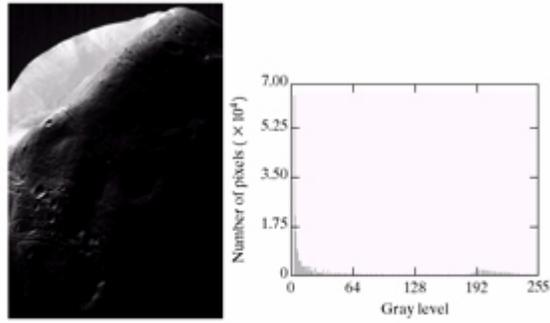
$$z = G^{-1}(s_k)$$

$$z_k = G^{-1}[T(r_k)]$$

3.1. Implementación

Se busca el mínimo z' tal que $z' - s_k \geq 0$ para $k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$

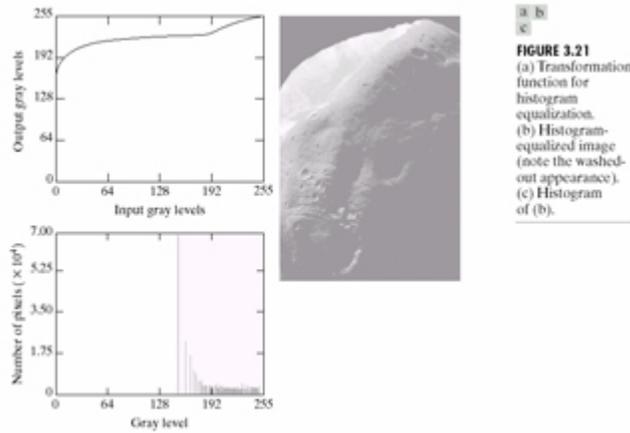
3.2. Ejemplo: figuras 6-8



a b

FIGURE 3.20 (a) Image of the Mars moon Phobos taken by NASA's *Mars Global Surveyor*. (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)

Figura 6: Imagen original



a b
c

FIGURE 3.21 (a) Transformation function for histogram equalization. (b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance). (c) Histogram of (b).

Figura 7: Imagen ecualizada

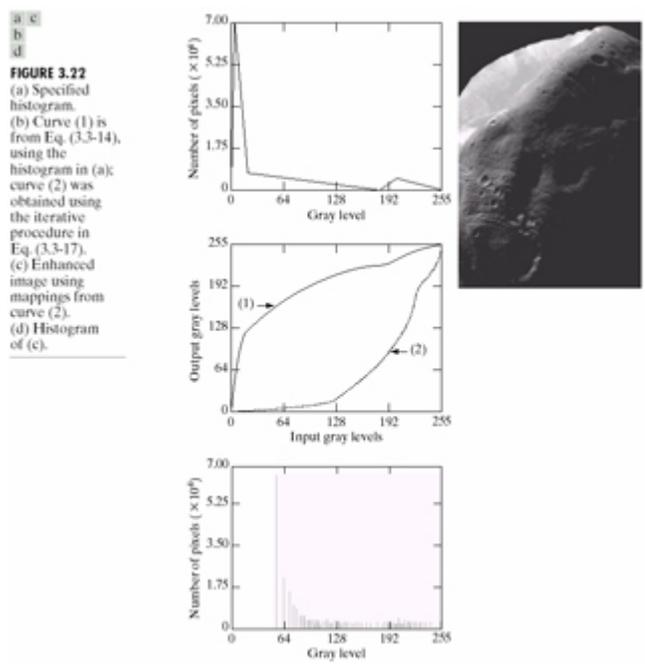


Figura 8: Resultado mapeo

4. Empleo de la estadística del histograma para el realce de la imagen

El n -ésimo momento de r alrededor de su media, se define:

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i)$$

Valor esperado:

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i)$$

Sean x, y las coordenadas de un píxel en la imagen y S_{xy} una subimagen de tamaño fijo centrado en x, y , $m_{S_{xy}}$

Valor esperado:

$$m_{S_{xy}} = \sum_{(s,t) \in S_{xy}} r_{s,t} p(r_{s,t})$$

Varianza:

$$\sigma_{S_{xy}}^2 = \sum_{(s,t) \in S_{xy}} (r_{s,t} - m_{S_{xy}})^2 p(r_{s,t})$$

Sea $f(x, y)$ el valor de un píxel de coordenadas (x, y) en una imagen; y sea $g(x, y)$ el correspondiente valor de píxel mejorado, entonces:

$$g(x,y) = \begin{cases} E \cdot f(x, y) & \text{Si } S_{xy} \leq k_0 M_G \wedge k_1 D_G \leq \sigma_{S_{xy}} \leq k_2 D_G \\ f(x, y) & \text{De lo contrario.} \end{cases}$$

- E, k_0, k_1, k_2 : Constantes
- D_G : Desviación estándar global.

4.1. Ejemplo: figuras 9-11

FIGURE 3.24 SEM image of a tungsten filament and support, magnified approximately 130 \times . (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene).

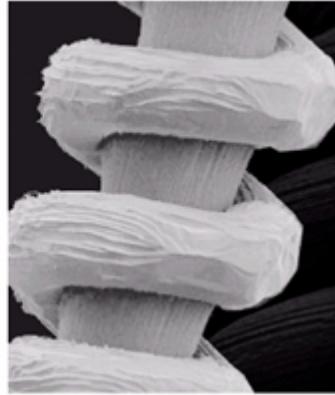


Figura 9: Imagen original

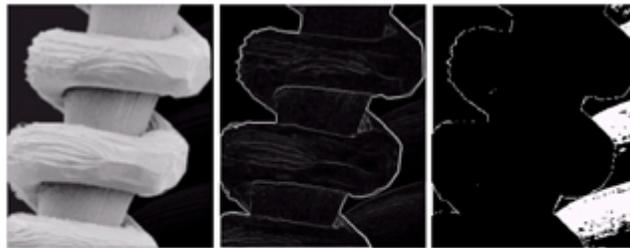


FIGURE 3.25 (a) Image formed from all local means obtained from Fig. 3.24 using Eq. (3.3-21). (b) Image formed from all local standard deviations obtained from Fig. 3.24 using Eq. (3.3-22). (c) Image formed from all multiplication constants used to produce the enhanced image shown in Fig. 3.26.

Figura 10: Criterios



FIGURE 3.26 Enhanced SEM image. Compare with Fig. 3.24. Note in particular the enhanced area on the right side of the image.

Figura 11: Resultado